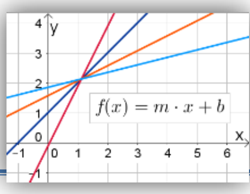


Wo braucht man lineare Funktionen?

Mit linearen Funktionen lassen sich viele im Alltag auftretende Probleme „modellieren“. Beim Modellieren wird zunächst überlegt, wie das Problem mit Hilfe der Mathematik vereinfacht beschrieben werden kann, um es daraufhin mathematisch zu lösen. Am Ende wird überprüft, ob die Lösung sinnvoll ist und zur anfänglichen Situation passt.
Lineare Funktionen verwendet man zum Beispiel, um Zusammenhänge zu beschreiben, bei denen etwas **gleichmäßig zu- oder abnimmt –** wird also der x-Wert der linearen Funktion größer, dann fällt oder steigt auch der y-Wert.

Wo braucht man lineare Funktionen?

Bei Taxi- oder Stromtarifen gibt es häufig eine Grundgebühr und verbrauchsabhängige Kosten, diese Zusammenhänge kann man mit linearen Funktionen beschreiben.

Funktionsgleichung einer linearen Funktion

$\boldsymbol{f(x) = mx + b}$

Mit Steigung **m** und y-Achsenabschnitt **b.**

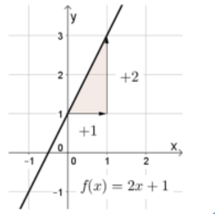
Wertetabelle einer linearen Funktion

+1 +1 +1 +1

x	-1	0	1	2	3
y	-1	1	3	5	7

+2 +2 +2 +2

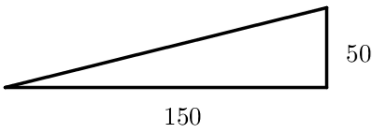
Graph einer linearen Funktion



Musterbeispiel I – Steigung

Steigungen werden im Alltag häufig in Prozent angegeben. Das Schild warnt Autofahrer vor einem starken Anstieg. **Dabei bedeuten 12% Steigung, dass die Straße auf 100 m Entfernung 12 m ansteigt**. Bei der steilsten Straße der Welt überwindet man auf 150 Metern etwa eine Höhe von etwa 50 Metern. Welche Steigung hat die Straße?

Lösungsansatz:



Die Steigung kann über ein Steigungsdreieck berechnet werden.
Das heißt die Steigung m der Straße beträgt etwa $m = \frac{50}{150} = \frac{1}{3} \approx 0{,}3$
Man wandelt das Ergebnis in eine Prozentangabe um, also
$m \approx 0{,}3$ entspricht 30% Steigung - auf 100 m steigt die Straße 30 m.

Musterbeispiel II – Taxifahrt

Bei einem Taxiunternehmen wird für jede Fahrt eine Grundgebühr von 3 € und ein Kilometerpreis von 1 € berechnet. Wieviel zahlt man für eine Fahrstecke von 1 km, 2 km, 5 km?
Gib eine Funktionsgleichung für die Kosten in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern an!

Lösungsansatz:

Funktionsgleichung

Für jeden Kilometer der Fahrt, zahlt man 1 € . Also beträgt der Anstieg $m = 1$.

Die Grundgebühr beträgt 3€ und muss zusätzlich zum Kilometerpreis gezahlt werden. Der y-Achsenabschnitt der Funktion ist also $b = 3$.

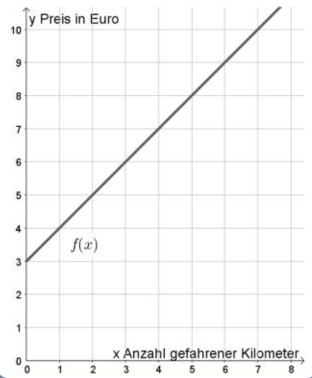
Die Funktionsgleichung lautet:
$\boldsymbol{f(x) = x + 3}$

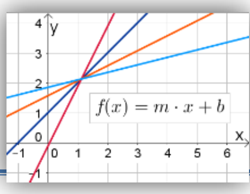
Wertetabelle

Für 1 km bezahlt man 3 € Grundgebühr und 1 € Fahrtkosten, also 4 €. Die Preise für 2 km und 5 km kann man aus der Tabelle ablesen.

$\boldsymbol{x}$ (gefahrene Kilometer km)	1	2	3	4	5
$\boldsymbol{y}$ (Preis in €)	4	5	6	7	8

Funktionsgraph



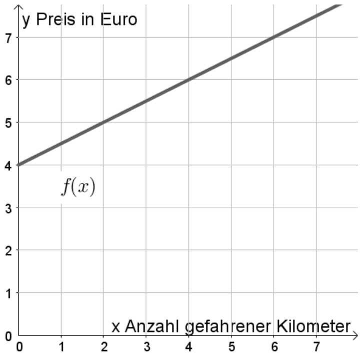


Übungsaufgaben

1. Bestimme die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b anhand der gegebenen Darstellungen!
Erkläre, was m und b jeweils in der Situation bedeuten!
Hinweis: Hier kann dir Musteraufgabe 2 helfen!

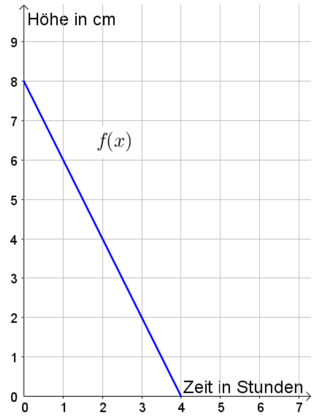
Situation A

Der Graph zeigt die Kosten für eine Taxifahrt abhängig von der Anzahl der gefahrenen Kilometer:



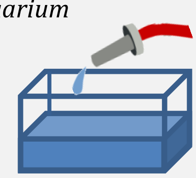
Situation B

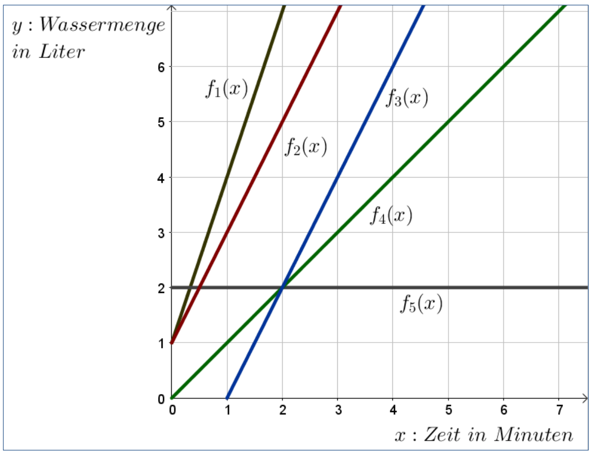
Der Graph zeigt das Abbrennen einer Kerze:



2. Welcher der gegebenen Graphen passt zu der beschriebenen Situation?
Begründe deine Entscheidung!

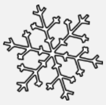
Ein quaderförmiges Aquarium wird befüllt. Zu Beginn befindet sich noch 1 Liter Wasser im Aquarium und pro Minute werden gleichmäßig 2 Liter Wasser eingefüllt.





3. Welcher der gegebenen Funktionsgleichungen passt zu der beschriebenen Situation?
Begründe deine Entscheidung!

Nach einem heftigen Schneefall liegen 50 cm Neuschnee. Aufgrund milder Temperaturen schmilzt der Schnee und die Schneehöhe nimmt pro Stunde um 4 cm ab.

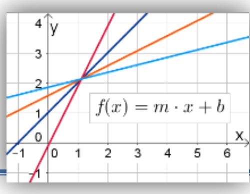


a. $f_1(x) = 4 - 50x$
b. $f_2(x) = -4x - 50$
c. $f_3(x) = -4x + 50$
d. $f_4(x) = 50x - 4$

Dabei gibt x die Zeit in Minuten und $y = f(x)$ die Schneehöhe an.

4. Welche dieser Funktionsgleichungen könnte das Abbrennen einer Kerze beschreiben? Dabei gibt x die Brenndauer in Stunden und $y = f(x)$ die Länge der Kerze an.
Hinweis: Hier kann dir Musteraufgabe 2 helfen!

a. $f_1(x) = -x + 6$ **b.** $f_2(x) = 3x + 8$ **c.** $f_3(x) = 10 - \frac{1}{2}x$ **d.** $f_4(x) = -7x - 35$

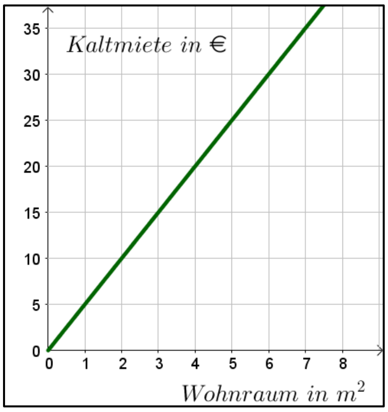


5. Die folgenden Zusammenhänge zwischen zwei Größen können durch lineare Funktionen beschrieben werden. Gib die beiden Größen und die Steigung m der Funktion in Worten an.

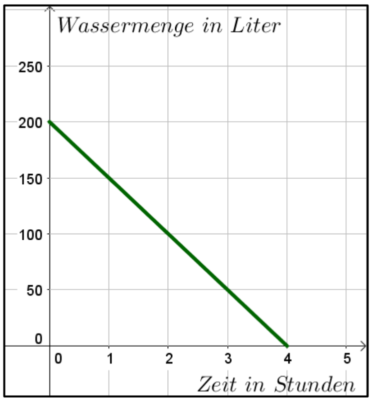
Situation	**Größe x**	**Größe $y = f(x)$**	**Steigung m**
Beispiel: Ein Auto fährt in jeder Stunde 70 km.	Zeit (Fahrtzeit)	Weg (Fahrtweg)	70 km pro Stunde
a. Für jede Melone muss man 2 € bezahlen.			
b. Der Vorrat an Heizöl nimmt jeden Monat 150 l ab.			
c. Auf 100 km verbraucht ein Lastwagen 15 l Benzin.			
d. Nach einem Fussballspiel verlassen in jeder Minute 100 Personen das Stadion durch die Ausgänge.			

6. Bestimme die Steigung m der linearen Funktionen mit der entsprechenden Einheit!

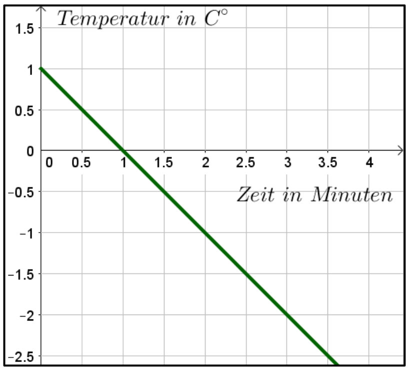
a.



b.



c.



7. Ergänze die Lückentexte!

Hinweis: Hier kann dir die Musteraufgabe 1 helfen!

a.

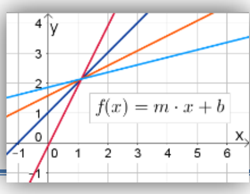
Bei einem Gefälle von 10% fällt auf ____ m Entfernung die Straße um ____ m ab.

b.

Eine der steilsten Skipisten in Österreich fällt auf 100 m durchschnittlich 78 m ab. Das bedeutet ein Gefälle von ___%.

c.

Bei der steilsten Straße in Deutschland legt man auf 200 m Entfernung etwa 50 Höhenmeter zurück. Das bedeutet eine Steigung von ___ %.

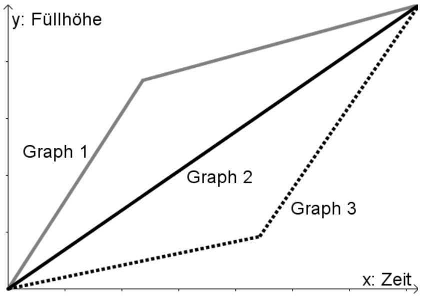


8. Entscheide, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist und begründe deine Antwort!

> *„Bei einer Steigung von 100% muss man eine senkrechte Wand hochlaufen!"*

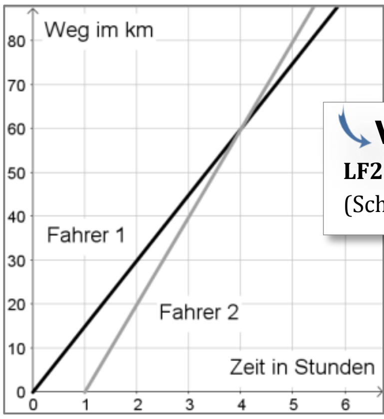
9. Im Bild rechts siehst du den Querschnitt eines Wasserbehälters.

In den Behälter wird gleichmäßig Wasser eingefüllt.
Zu Beginn ist das Becken leer. Die Graphen unten zeigen die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit.



a. Bestimme den Graphen, der zu dem Becken passt.

b. Skizziere jeweils den Querschnitt eines Behälters, zu dem die anderen Graphen passen.



10. Die abgebildeten Funktionsgraphen zeigen die Bewegung zweier Fahrradfahrer.

a. Mit welcher Geschwindigkeit sind die beiden Fahrer gefahren?

b. Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der beiden Graphen? **LF2**

c. Wieso ist die Situation hier stark vereinfacht? Erkläre, warum ein Weg-Zeit-Diagramm einer wirklichen Fahrradtour anders aussehen würde.

Verweise
LF2 Lage von Geraden (Schnittpunkte)

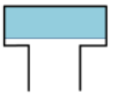
Lösungen

1. **Situation A**: $m = 0{,}5$ und $b = 4$. Die Steigung bedeutet in der Situation A, dass man für jeden gefahrenen Kilometer 50 Cent zahlen muss. Der y-Achsenabschnitt b beschreibt den Grundpreis von 4 €.
   Situation B: $m = -2$ und $b = 8$. Die Steigung bedeutet in der Situation B, dass die Kerze in jeder Stunde 2 cm abbrennt. Zu Beginn ist die Kerze 8 cm hoch (dies beschreibt der y-Achsenabschnitt).
2. Der Graph der Funktion f_2 passt zu der beschriebenen Situation, da hier die Steigung $m = 2$ ist („2 l Wasser werden pro Minute gleichmäßig eingefüllt") und der y-Achsenabschnitt $b = 1$ ist („1 l befindet sich zu Beginn im Aquarium").
3. Der Funktionsgleichung f_3 (c) passt zu der beschrieben Situation, da hier die Steigung $m = -4$ ist („Schneehöhe nimmt pro Stunde um 4 cm ab") und der y-Achsenabschnitt $b = 50$ ist (zu Beginn „50 cm Neuschnee").
4. Die Funktionsgleichungen f_1 (a) und f_3 (c) eignet sich um das Abbrennen einer Kerze zu beschreiben. Die Funktionsgleichung f_2 (b) eignet sich nicht, da die Steigung positiv ist und die Kerze somit nicht abbrennen würde (es wird nichts „weniger"). Die Funktionsgleichung f_4 in (d) eignet sich nicht, da der y-Achsenabschnitt negativ ist (die Kerze müsste also -35 cm hoch sein).
5. Hinweis: Hier sind mehrere Lösungen denkbar.

Situation	Größe x	Größe $y = f(x)$	Steigung m
a. Für jede Melone muss man 2 € bezahlen.	Anzahl Melonen	Preis (in Euro)	2€ pro Melone (Zunahme)
b. Der Vorrat an Heizöl nimmt jeden Monat 150 l ab.	Zeit (Monate)	Heizölmenge/-volumen (in Liter)	150 Liter pro Monat (Abnahme)
c. Auf 100 km verbraucht ein Lastwagen 15 l Benzin.	Weg in Kilometer (Fahrweg)	Benzinmenge/-volumen (in Liter)	15 l pro Kilometer (Abnahme)
d. Nach einem Fussballspiel verlassen in jeder Minute verlassen 100 Personen das Station durch die Ausgänge.	Zeit (Minuten)	Anzahl Zuschauer im Station	100 Zuschauer pro Minute (Abnahme)

6. **a**. Steigung $m = 5\frac{€}{m^2}$ (den Bruchstrich liest man als „pro", also 5 Euro pro m^2)
   b. Steigung $m = -50\frac{l}{h}$ (-50 Liter pro Stunde)
   c. Steigung $m = -0{,}5\ \frac{C°}{min}$ (-0,5 Grad Celsius pro Minute)
7. **a**. Bei einem Gefälle von 10% fällt auf **100**m Entfernung die Straße um **10**m ab.
   b. ... Das bedeutet ein Gefälle von **78**%.
   c. ... Das bedeutet eine Steigung von **25** %.
8. Falsch,. eine Steigung von 100% würde bedeuten, dass man bei 100 m Entfernung 100 Höhenmeter zurücklegt (der Steigungswinkel wäre hier 45° und nicht 90°).
9. **a**. Graph 1 passt zu dem Becken, da die Steigung im ersten Abschnitt größer ist als im zweiten Abschnitt (das Wasser im Gefäß steigt auch erst schnell und dann langsamer).
   b.
   Gefäß zu Graph 2

Gefäß zu Graph 3



10. **a**. Fahrer 1 legt in einer Stunde 15 km zurück, also $m_1 = 15\frac{km}{h}$
    Fahrer 2 legt in einer Stunde 20 km zurück, also $m_2 = 20\frac{km}{h}$
    b. Bedeutung des Schnittpunktes: Fahrer 2 überholt Fahrer 1
    c. Pausen oder Veränderungen der Geschwindigkeit sind nicht berücksichtigt, bei einer „echten" Fahrradtour fährt man nicht immer ganz gleichmäßig eine Geschwindigkeit (bergauf ist man beispielsweise meist langsamer).