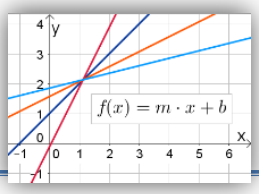


Was ist eine Nullstelle?

Kennt man den Verlauf einer Funktion (als Graph oder in Form einer Gleichung) kann eine Nullstelle beispielsweise beschreiben, **wann ein Auto losgefahren ist oder wann von einer Sache nichts mehr da ist** (z.B. eine Kerze ist abgebrannt, die Badewanne ist leer).

Bei der Nullstellenberechnung geht es um die Bestimmung solcher Stellen, an denen ein Funktionsgraph **die x −Achse schneidet.**

Für diese besonderen x −Werte der Funktion gilt $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

Was kann eine Nullstelle bedeuten?

Eine Kerze ist 5 cm hoch und brennt in jeder Stunde 2 cm ab. Wann ist die Kerze heruntergebrannt?

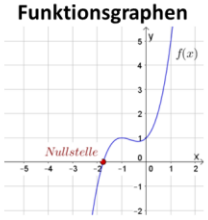
Nullstellen berechnen

Man findet die Nullstelle einer linearen Funktion, indem man die Gleichung $\boldsymbol{f(x) = mx + b}$ gleich null setzt und dann $\boldsymbol{mx + b = 0}$ nach $\boldsymbol{x}$ auflöst.

Nullstelle – Funktionswert ist null

x	−1	0	1	2	3
y	−3	−2	−1	0	1

Nullstelle eines Funktionsgraphen



Musterbeispiel – Bestimmen der Nullstelle einer linearen Funktionen

Nach einem heftigen Schneefall liegen **48 cm** Neuschnee. Aufgrund milder Temperaturen schmilzt der Schnee und die Schneehöhe nimmt pro Stunde um **3 cm** ab.
Wann ist der Schnee vollständig getaut?

Lösungsmöglichkeiten:

Rechnerisch LF1, LF4

Eine lineare Funktion besitzt die Funktionsgleichung $f(x) = m \cdot x + b$ mit Steigung m und y-Achsenabschnitt b.

Im Beispiel lautet die Funktionsgleichungen $\boldsymbol{f(x) = -3x + 48}$, da zum Zeitpunkt $x = 0$ bereits 48 cm Schnee vorhanden sind und die Schneehöhe um 3 cm pro Stunde abnimmt.

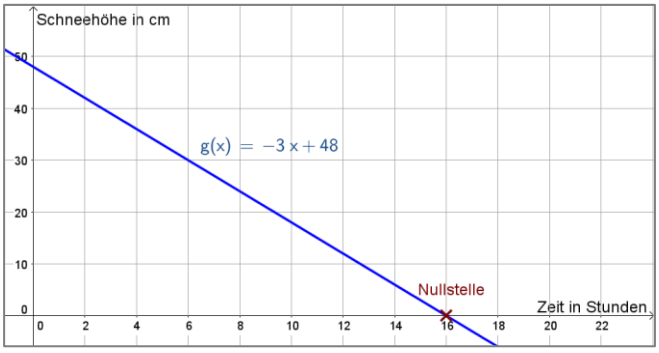
Die Nullstelle berechnet man jetzt mit der Gleichung $\boldsymbol{f(x) = 0}$, also

$$\begin{aligned} -3x + 48 &= 0 \quad | -48 \\ -3x &= -48 \quad | :(-3) \\ \boldsymbol{x} &= \boldsymbol{16} \end{aligned}$$

Die Nullstelle der Funktion befindet sich bei $x = 16$, also ist der Schnee nach **16 Stunden** vollständig getaut.

Graphisch LF1, LF4

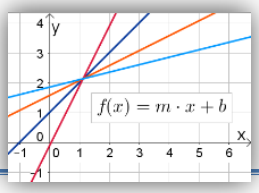
Ist der Graph der Funktion gegeben, kann die Nullstelle auch näherungsweise abgelesen werden.



Der **Schnittpunkt mit der x −Achse,** auf der die Zeit in Stunden abgetragen ist, ist bei $x = 16$, d.h. nach 16 h ist der Schnee getaut.

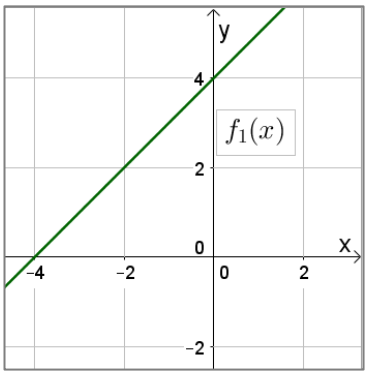
Verweise

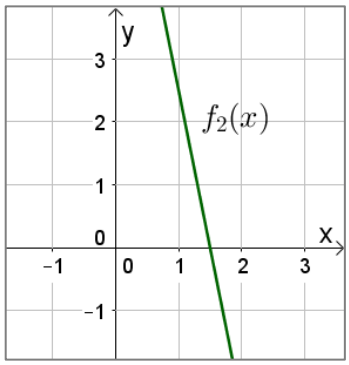
LF1 Graph und Gleichung linearer Funktionen
LF4 Lineare Funktionen im Kontext

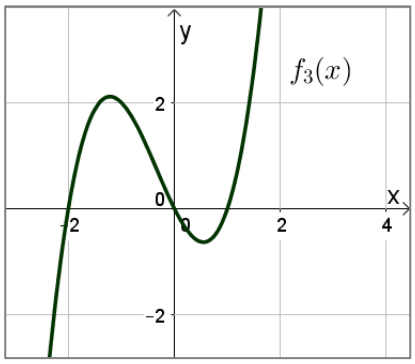


Übungsaufgaben

1. Kennzeichne die Nullstellen der abgebildeten Funktionsgraphen und gib die Nullstellen ohne Berechnung an!



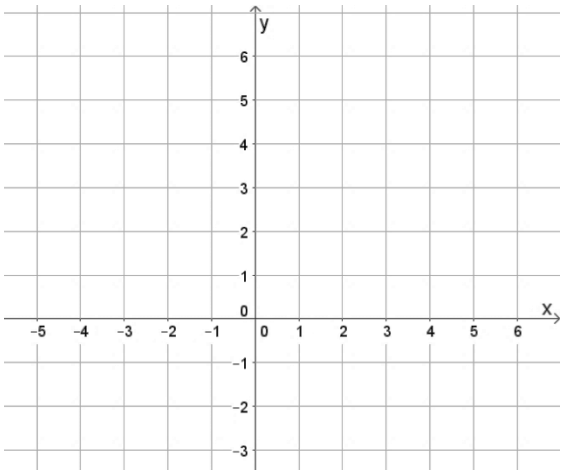




2. Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen! *Hinweis: Hier kann dir der Infokasten helfen!*

a. $f_1(x) = 2x - 3$
b. $f_2(x) = 0{,}5x + 4$
c. $f_3(x) = -3x + 15$
d. $f_4(x) = -\frac{1}{3}x - 2$

3. Skizziere den Graphen einer linearen Funktion mit einer Nullstelle
a. bei $x = -2$
b. bei $x = 3$



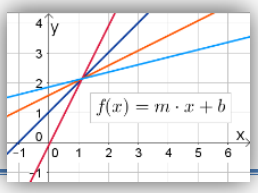
4. Überprüfe, ob an der Stelle $x = 2$ für die folgenden Funktionen eine Nullstelle vorliegt!
a. $f_1(x) = 2x + 4$
b. $f_2(x) = -2x + 4$

5. Gib die Funktionsgleichung einer Funktion mit
a. einer Nullstelle bei $x = 1$ an
b. einer Nullstelle bei $x = 0$ an
c. keiner Nullstelle an

* Gib zwei verschiedene Funktionsgleichungen an, deren zugehörige lineare Funktionen beide eine Nullstelle bei $x = 2$ haben.

6. Entscheide welche Aussagen wahr oder falsch sind! Begründe deine Entscheidung kurz!

	wahr	falsch	Begründung
a. Eine Nullstelle ist der y-Wert, wenn $x = 0$ ist.			
b. Eine Nullstelle ist der x-Wert, für den der zugehörige Funktionswert Null ist.			
c. Eine Gerade im Koordinatensystem schneidet die x-Achse immer.			

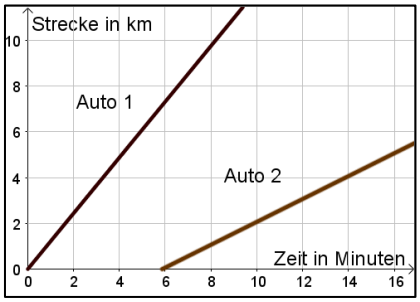


Hinweis: Bei den folgenden Aufgaben kann dir die Musteraufgabe helfen!

7. Ein Wassertank mit 600 l Fassungsvermögen wird ausgepumpt. In einer Minute können 12 l Wasser aus dem Tank gepumpt werden.

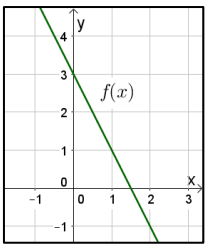
Wie lang dauert es, bis kein Wasser mehr im Tank ist?

8. Durch die abgebildeten Funktionsgraphen wird die Bewegung zweier Autos dargestellt. Erkläre, was die Nullstelle des Graphen von Auto 2 bedeutet? **AF2**



Verweis
AF2 Funktionsgraphen interpretieren

9. Tim hat die Funktionsgleichung der abgebildeten linearen Funktion aufgestellt, dabei sind ihm jedoch Fehler unterlaufen. Finde die Fehler in Tims Funktionsgleichung und verbessere sie. **LF1**



Funktionsgleichung von f:
Steigung m= 3 und Schnittpunkt mit der y-Achse bei 1,5:
$y = 3x + 1,5$

10. Stell dir vor, du gehst auf eine Wand zu oder entfernst dich von einer Wand.
Drei Beispiele für solche Bewegungen sind unten graphisch und als Text beschrieben. **AF2**

A

B

C

(1) Du stehst vor der Wand und entfernst dich gleichmäßig.

(2) Du wartest bewegungslos in einiger Entfernung zur Wand.

(3) Du läufst gleichmäßig auf die Wand zu.

a. Ordne Graphen und Texte einander zu.
b. In welchen Fällen findet man Nullstellen und was bedeuten die Nullstellen in der Situation?

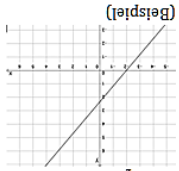
Verweise
AF2 Funktionsgraphen interpretieren,
LF1 Lineare Funktion

Lösungen

1. $f_1(x)$: Nullstelle bei $x = -4$, $f_2(x)$: Nullstelle $x = 1,5$,
$f_3(x)$: Nullstellen bei $x = -2, x = 0, x = 1$

2. **a)** $x = \frac{3}{2}$ bzw. $x = 1,5$ **b)** $x = -8$ **c)** $x = 5$ **d)** $x = -6$

3.



4. $f_1(x) = 2x + 4$
$f_2(2) = 2 \cdot 2 + 4 = 8$
Keine Nullstelle, da f(2)=0 gelten müsste.
$f_2(x) = -2x + 4$
$f_2(2) = -2 \cdot 2 + 4 = 0$
Nullstelle bei x=2, da f(2)=0 gilt.

5. (Beispiel)
a) z.B.: $f(x) = -2x + 2$ b) z.B.: $f(x) = 7x$ c) z.B.: $f(x) = 4$

6. (*) $f_1(x) = 2x - 4$ und $f_2(x) = 4x - 8$ haben beide $x = 2$ als Nullstelle
a) falsch, die Aussage beschreibt den Schnittpunkt mit der y-Achse nicht den Schnittpunkt mit der x-Achse
b) richtig, die Nullstelle ist immer ein x-Wert und der y-Wert dazu (Funktionswert) ist immer Null, da die Funktion an der Stelle die x-Achse schneidet

7. Funktionsgleichung: $f(x) = -12x + 600$ (x: Zeit in Minuten und y: Wasserbefüllung in Litern),
Nullstelle durch Auflösen der Gleichung $-12x + 600 = 0 \Rightarrow x = 50$. Nach 50 Minuten ist der Tank leer.

8. Die Nullstelle des Graphen von Auto 2 liegt bei 6 Minuten. In der Situation bedeutet das, dass das zweite Auto 6 Minuten nach dem ersten Auto gestartet ist.

9. Tim hat den Anstieg und den y-Achsenabschnitt des gegebenen Funktionsgraphen falsch bestimmt. Er hat den y-Achsenabschnitt als Anstieg verwendet (3) und die Nullstelle mit dem y-Achsenabschnitt verwechselt. Außerdem hat Tim nicht berücksichtigt, dass die Funktion fällt. Die richtige Funktionsgleichung müsste lauten: f(x)=-2x+3

10. a) Graph A- Text 3, Graph B – Text 2, Graph C – Text 1
b) Eine Nullstelle gibt es nur, wenn man auf die Wand zuläuft (bei Graph A - Text 3). Dann bedeutet die Nullstelle, dass es keine Entfernung mehr zwischen der Person und der Wand gibt, also dass die Person die Wand berührt.