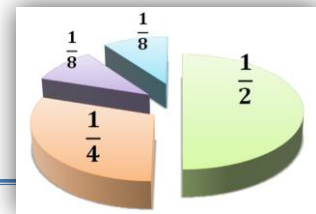


BRU Bruchrechnung

Thema: Rechnen mit Brüchen und Umwandlung in Dezimalzahlen



Bruchrechnung

Brüche beschreiben Anteile und sind im Alltag oft zu finden. Ein Bruch besteht aus Zähler (Zahl über dem Bruchstrich) und Nenner (Zahl unter dem Bruchstrich). Den Bruchstrich kann man als „Geteilt-Durch-Zeichen“ lesen oder als „von“:

$\frac{3}{7}$ bedeutet: Zerlege eine Grundmenge in 7 Teile und nimm 3 davon.



Brüche kann man **erweitern** und **kürzen**.

Erweitern bedeutet, dass Zähler und Nenner mit derselben ganzen Zahl multipliziert werden und kürzen bedeutet, dass Zähler und Nenner mit derselben ganzen Zahl dividiert werden.

$$\frac{2}{3} \text{ erweitert mit 5 gibt } \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \quad \text{und} \quad \frac{10}{15} \text{ gekürzt mit 5 gibt } \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$$

Da jeder Bruch ein Quotient ist, kann man ihn auch als **Dezimalzahl** schreiben:

- dazu kann man die Division durchführen $\frac{a}{b} = a : b$, z.B.: $\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5$
- oder man erweitert den Bruch so, dass im Nenner eine Zehnerpotenz steht, z.B.: $\frac{2}{50} = \frac{2 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{4}{100} = 0,04$.

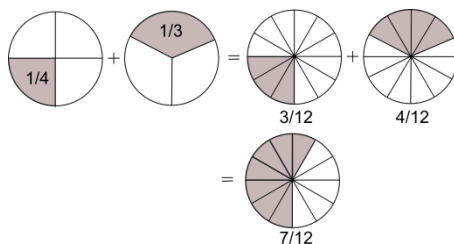
Die Darstellung als Bruch hat oft den Vorteil, dass ein **Bruch immer exakt** ist. Beim Rechnen mit Dezimalzahlen wird häufig gerundet und es ergibt sich eine Abweichung vom exakten Ergebnis. Beim Rechnen mit Brüchen sind jedoch einige Regeln zu beachten, die in den Musterbeispielen erklärt werden.

Musterbeispiele

Brüche addieren und subtrahieren

Vor dem Addieren oder Subtrahieren müssen Brüche **gleichnamig** gemacht werden, das heißt die Brüche müssen denselben Nenner haben:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$



Brüche multiplizieren

Multipliziert man einen Bruch mit einem anderen Bruch, gilt die Regel „**Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner**“:

$$3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 6} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 6} = \frac{15}{6}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

Hinweis: Jede natürliche Zahl n , lässt sich als Bruch schreiben mit $\frac{n}{1}$.

Brüche dividieren

Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den ersten Bruch **mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert**. Den Kehrwert des Divisors bildet man, indem man Zähler und Nenner vertauscht:

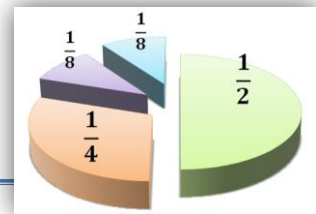
$$\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3} : \frac{2}{1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{7}{8} : \frac{14}{3} = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 14} = \frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{3}{16}$$

← Kürzen

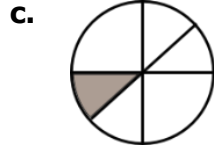
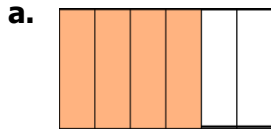
BRU Bruchrechnung

Thema: Rechnen mit Brüchen und Umwandlung in Dezimalzahlen



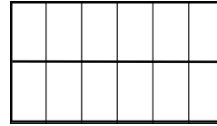
Übungsaufgaben

1. Gib den Anteil der gefärbten Fläche als Bruch an!

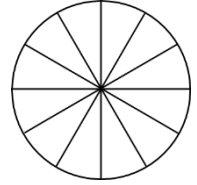


2. Färbe die Flächen, die dem angegebenen Anteil an der Gesamtfläche entsprechen!

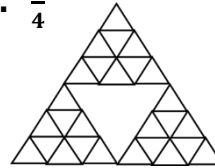
a. $\frac{1}{3}$



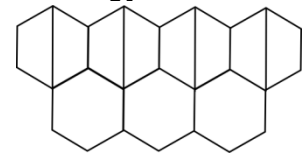
b. $\frac{5}{6}$



c. $\frac{3}{4}$



d. $\frac{11}{14}$



3. Kürze den Bruch mit der angegebenen Zahl!

a. $\frac{6}{8}$ mit 2

b. $\frac{45}{54}$ mit 9

c. $\frac{25}{75}$ mit 25

d. $\frac{16}{4}$ mit 4

e. $\frac{28}{32}$ mit 4

4. Erweitere den Bruch mit der angegebenen Zahl!

a. $\frac{1}{2}$ mit 2

b. $\frac{3}{4}$ mit 9

c. $\frac{5}{6}$ mit 11

d. $\frac{7}{6}$ mit 10

e. $\frac{5}{3}$ mit 5

5. Fülle die Lücken in der Tabelle, indem du die fehlenden Schreibweisen ergänzt!

Schreibe als...	Bruch	Dezimalzahl	Prozent
a.	$\frac{1}{2}$	0,5	50%
b.		0,12	
c.	$\frac{4}{5}$		
d.			20%
e.	$\frac{7}{20}$		

6. Berechne! Hinweis: Hier können dir die Musteraufgaben helfen!

a. $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} =$

b. $\frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$

c. $\frac{7}{9} - \frac{2}{3} =$

d. $\frac{5}{4} + 2 =$

e. $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} =$

f. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

g. $\frac{1}{2} \cdot 2 =$

h. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} =$

i. $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} =$

j. $4 \cdot \frac{4}{3} =$

k. $2 : \frac{1}{2} =$

l. $\frac{1}{2} : 2 =$

m. $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} =$

n. $\frac{6}{5} : \frac{1}{6} =$

o. $\frac{8}{9} : \frac{10}{9} =$

7. Gib den Anteil an!

a. $\frac{1}{3}$ von 1200€ b. $\frac{1}{4}$ von 60 l c. $\frac{2}{5}$ von 100 m d. $\frac{3}{8}$ von 32 kg

8. Berechne!

a. 50 € sind $\frac{1}{3}$ eines Preises – wieviel beträgt der Gesamtpreis?

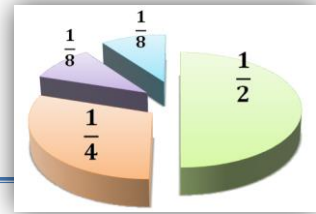
b. 300 kg sind $\frac{2}{5}$ einer Masse – wie groß ist die Gesamtmasse?

c. Dreiviertel einer Strecke sind 60 m – wie lang ist die Gesamtstrecke?

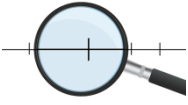
d. Zweidrittel eines Preises sind 9 € – wieviel beträgt der Gesamtpreis?

BRU Bruchrechnung

Thema: Rechnen mit Brüchen und Umwandlung in Dezimalzahlen



9. Zahlensuche!

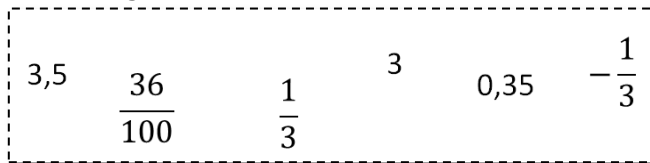


- a. Gib drei Dezimalzahlen zwischen 3,5 und 3,6 an!
- b. Gib drei Bruchzahlen zwischen 1 und 2 an!
- c. Gib drei Bruchzahlen zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ an!

10. Vergleiche die Ausdrücke. Setze dazu „=“, „>“ oder „<“ in die Lücken ein!

- a. $\frac{3}{4} \square \frac{5}{4}$
- b. $\frac{1}{2} \square \frac{70}{140}$
- c. $\frac{1}{3} \square \frac{1}{2}$
- d. $\frac{5}{6} \square \frac{6}{5}$
- e. $\frac{9}{10} \square \frac{10}{11}$
- f. $\frac{998}{999} \square \frac{997}{998}$
- g. $1,1 \square \frac{110}{100}$
- h. $27\% \square \frac{3}{4}$

11. Ordne der Größe nach! Beginne mit der kleinsten Zahl!



12. Kreuze die zum gegebenen Term äquivalenten Terme an! Hinweis: Mehrere Antworten können richtig sein!

a. $\frac{x^5}{4} : \frac{x^2}{16}$	<input type="checkbox"/> $\frac{x^7}{4}$	<input type="checkbox"/> $4x^3$	<input type="checkbox"/> $4 \cdot x^{2,5}$	<input type="checkbox"/> $\frac{x^{2,5}}{4}$
b. $\left(\frac{1}{2}a - b\right)^2$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}a^2 - b^2$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}a^2 - 2ab + b^2$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}a^2 - 2ab + b^2$
c. $\frac{2}{x^2} + \frac{2}{y^2}$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2y^2}$	<input type="checkbox"/> $2 \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)$	<input type="checkbox"/> $\frac{2}{x^2+y^2}$	<input type="checkbox"/> $\frac{2x^2+2y^2}{(xy)^2}$

Verweise
 PW Potenzen und Wurzeln
 BIN Binomische Formeln



Lösungen

7. Gib den Anteil an!
 a. $\frac{3}{4}$ von 1200€ = 400€ b. $\frac{4}{1}$ von 60 l = 15 l c. $\frac{5}{2}$ von 100 m = 40 m d. $\frac{8}{3}$ von 32 kg = 12 kg
8. Berechne!
 a. $50€ \cdot 3 = 150€$
 b. $300 \text{ kg} : 2 = 150 \text{ kg} \rightarrow 150 \text{ kg} \cdot 5 = 750 \text{ kg}$
 c. $60 \text{ m} \cdot \frac{4}{3} \rightarrow 20 \text{ m} \rightarrow 20 \text{ m} \cdot 4 = 80 \text{ m}$
 d. $9€ \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 4,5€ \rightarrow 4,5€ \cdot 3 = 13,5€$
9. a. zum Beispiel: 3,56; 3,50008; 3,59999
 b. zum Beispiel: $\frac{5}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{4}, \frac{7}{11}, \frac{9}{12}, \frac{12}{24}, \frac{24}{24}, \frac{5}{5}, \dots$
 c. zum Beispiel: $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{1}{2}$
10. Vergleiche die Ausdrücke. Setze dazu „=“, „>“ oder „<“ in die Lücken ein!
 a. $\frac{4}{3} < \frac{4}{5}$ b. $\frac{1}{1} > \frac{1}{20}$ c. $\frac{3}{1} < \frac{2}{1}$ d. $\frac{6}{5} < \frac{6}{6}$
 e. $\frac{9}{10} < \frac{11}{10}$ f. $\frac{998}{998} > \frac{997}{997}$ g. $1,1 = \frac{110}{100}$ h. $27\% < \frac{4}{3}$
11. Ordne der Größe nach! Beginne mit der kleinsten Zahl!
 $-\frac{1}{3} < \frac{1}{3} < 0,35 < \frac{100}{36} < 3 < 3,5$
12. Kreuze die zum gegebenen Term äquivalenten Terme an!
 a. $\frac{x^5}{4} : \frac{x^2}{16}$ $\frac{x^7}{4}$ $4x^3$ $4 \cdot x^{2,5}$ $\frac{x^{2,5}}{4}$
 b. $\left(\frac{1}{2}a - b\right)^2$ $\frac{1}{4}a^2 - b^2$ $\frac{1}{4}a^2 - 2ab + b^2$ $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ $\frac{1}{2}a^2 - 2ab + b^2$
 c. $\frac{2}{x^2} + \frac{2}{y^2}$ $\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2y^2}$ $2 \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)$ $\frac{2}{x^2+y^2}$ $\frac{2x^2+2y^2}{(xy)^2}$

3. Kürze den Bruch
 a. $\frac{8}{6}$ mit $\frac{2}{3}$ angegeben Zahl!
 b. $\frac{45}{54}$ mit $\frac{9}{6}$ angegeben Zahl!
 c. $\frac{75}{25}$ mit $\frac{25}{3}$ angegeben Zahl!
 d. $\frac{4}{16}$ mit $\frac{4}{4}$ angegeben Zahl!
 e. $\frac{32}{28}$ mit $\frac{4}{7}$ angegeben Zahl!

4. Erweitere den Bruch mit der angegebenen Zahl!
 a. $\frac{2}{2}$ mit $\frac{4}{4}$ angegeben Zahl!
 b. $\frac{3}{3}$ mit $\frac{9}{27}$ angegeben Zahl!
 c. $\frac{5}{5}$ mit $\frac{11}{55}$ angegeben Zahl!
 d. $\frac{6}{7}$ mit $\frac{10}{70}$ angegeben Zahl!
 e. $\frac{3}{5}$ mit $\frac{5}{25}$ angegeben Zahl!

5.

Bruch	Dezimalzahl	Prozent
$\frac{1}{2}$	0,5	50%
$\frac{12}{3}$	0,12	12%
$\frac{100}{25}$	0,8	80%
$\frac{2}{1}$	0,2	20%
$\frac{10}{5}$	0,35	35%

a. b. c. d.

1. a. $4 \text{ von } 6 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 b. $3 \text{ von } 9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
 c. $1 \text{ von } 8 = \frac{1}{8}$
 d. $1 \text{ von } 6 = \frac{1}{6}$