

T2 Terme und Gleichungen

Thema: Terme und Gleichungen umformen

$$3 \cdot (5 + a) = 15 + 3a$$
$$3 \cdot 5 + 3 \cdot a$$

Terme umformen

Man formt Terme um, um sie zu vereinfachen, die Struktur zu verändern oder zwei Terme als äquivalent (gleichwertig) zu erkennen. Bei Termumformungen gelten einige **Rechenregeln**:

(1) **Distributivgesetz:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

(2) **Assoziativgesetz:** $(a + b) + c = a + (b + c)$

(3) **Kommutativgesetz:** $a + b = b + a$

Assoziativ- und Kommutativgesetz gelten auch bei der Multiplikation.

(4) **Vorrangregeln:** „Punkt-vor-Strich“-Rechnung,

„Klammern zuerst“

(5) **Klammerregeln:** „Plusklammern“

$$a + (b + c) = a + b + c \quad \text{und} \quad a + (b - c) = a + b - c$$

„Minusklammern“

$$a - (b + c) = a - b - c \quad \text{und} \quad a - (b - c) = a - b + c$$

$$3 \cdot (5 + a) = 15 + 3a$$
$$3 \cdot 5 + 3 \cdot a$$

Außerdem können zur Vereinfachung folgende **Konventionen** genutzt werden:

- Variablen werden alphabetisch angeordnet.
- Multiplikationszeichen vor oder nach Variablen können weggelassen werden.
- Zahlen werden vor Variablen angeordnet.
- Die Zahl „1“ kann bei einer Multiplikation weggelassen werden.

Gleichungen umformen

Gleichungen bestehen aus Termen, die mit einem Gleichheitszeichen verbunden sind. Durch **Äquivalenzumformungen** werden Gleichungen nach einer Variable aufgelöst. Zu Äquivalenzumformungen zählen:

- Termumformungen (siehe Rechenregeln oben),
- die Addition, Subtraktion, Division oder Multiplikation desselben Terms auf **beiden Seiten** der Gleichung (für die Division gilt, dass der Term durch den geteilt wird, ungleich Null sein muss)



Musterbeispiel - Äquivalenzumformungen

Löse die Gleichung nach x auf!

$$5 \cdot (3x + 1) - 2 \cdot (x - 1) = (-6 + x)$$

1. Schritt - Klammern auflösen:

$$5 \cdot (3x + 1) - 2 \cdot (x - 1) = (-6 + x)$$
$$15x + 5 - 2x + 2 = -6 + x$$

Distributivgesetz

⚠ „Minus mal Minus“

2. Schritt - Zusammenfassen:

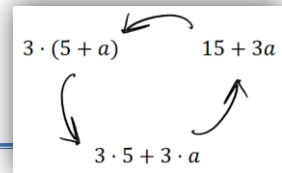
$$15x + 5 - 2x + 2 = -6 + x$$
$$13x + 7 = -6 + x$$

3. Schritt - nach Variablen auflösen:

$$13x + 7 = -6 + x \quad | -x$$
$$12x + 7 = -6 \quad | -7$$
$$12x = -13 \quad | :12$$
$$x = -\frac{13}{12}$$

T2 Terme und Gleichungen

Thema: Terme und Gleichungen umformen



Übungsaufgaben

1. Welche Termumformungen sind richtig? Kreise ein.

Ursprünglicher Term: $5 + (3 \cdot x + 7) \cdot 2$

Hinweis: Hier kann dir der Infokasten und die Musteraufgabe helfen!

- | | | |
|--------------------------------|--|------------------|
| a. $5 + 3 \cdot x + 7 \cdot 2$ | b. $5(3x + 7)2$ | c. $5 + 6x + 14$ |
| d. $5 + (3x + 7) \cdot 2$ | e. $5 + 2 \cdot 3 \cdot x + 2 \cdot 7$ | f. $5 + 6x + 7$ |

2. Löse die Klammern auf!

- | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a. $5 + (3 + b)$ | b. $8 \cdot (1 + 4 + a)$ | c. $6x - (-x + 1)$ |
| d. $5n \cdot (-3 - m)$ | e. $a + (-3 \cdot x)$ | f. $(3a + 5d) \cdot 2a$ |

3. Vereinfache die Terme soweit wie möglich!

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------------|
| a. $3x + 5x$ | b. $12x - 12 + x + 4$ | c. $4ab + 2ac - ab$ |
| d. $a + 2b - 4a + 5a$ | e. $5x + 7 - 2x - 3x$ | f. $2ab \cdot 3 + b \cdot a$ |

4. Vereinfache die Terme soweit wie möglich!

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a. $12x - 12 \cdot (y + 2 \cdot x)$ | b. $3x \cdot 5y \cdot 2$ | c. $(5 + 3) \cdot 2 + 7$ |
| d. $2(x + y) - 2y$ | e. $(9x - 12y) : 3 - x$ | f. $5 \cdot (x - 3) + 4x$ |

5. Ergänze die Lücken!

- | | |
|--|---|
| a. $-6x - 8 = -(\dots \dots \dots)$ | b. $3u - 2z - 1 = 3u + (\dots \dots \dots)$ |
| c. $(-5a - 6b) \cdot (\dots \dots \dots) = 15a^2 + 18ab$ | d. $15p + 10p^2 = (\dots \dots \dots) \cdot (3 + 2p)$ |

6. Setze für die Variablen die Zahl 5 ein und berechne den Wert des Terms!

- | | | |
|---------------------|------------------------|-----------------|
| a. $32 + 2 \cdot x$ | b. $(a + 5)^2 \cdot 2$ | c. $n : 5 - 3n$ |
|---------------------|------------------------|-----------------|

Werte in Terme einsetzen:

$x = 2$ $(1 + x) + 4 \cdot 5$
 $\rightarrow (1 + 2) + 4 \cdot 5 = 3 + 20 = 23$

7. Schreibe als Summe!

- | | |
|------------------------|---------------------|
| a. $2 \cdot (x + y)$ | b. $3a - (-2b)$ |
| c. $6x \cdot (4x - 1)$ | d. $(u - v)(u + v)$ |

8. Schreibe als Produkt! **BIN**

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| a. $3a + 3$ | b. $25x^2 - 25x$ |
| c. $a^2 + 2ab + b^2$ | d. $b^2 + 7abc - \frac{1}{2}b$ |

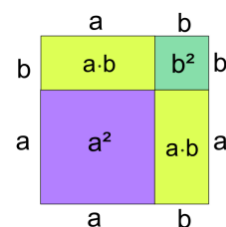
9. Vereinfache! **PW**

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a. $10^2 \cdot 10^3$ | b. $x^2 - 2x^2$ |
| c. $\frac{10^3}{10^2}$ | d. $a^5 \cdot a^{-5}$ |

10. Die Umformung unten wurde von einem Schüler durchgeführt.

Erkläre anhand der Abbildung rechts und einer Rechnung, warum die Umformung im Allgemeinen falsch ist. **BIN**

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$



Verweis
BIN Binomische Formeln

Verweis
PW Potenzen und Wurzeln

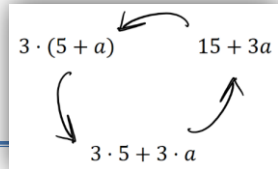
11. Kreuze die zum gegebenen Term äquivalenten Terme an!

Hinweis: Mehrere Antworten können richtig sein!

- | | | | | |
|----------------------|--|--|--|--|
| a. $5x \cdot 6xy$ | <input type="checkbox"/> $11x^2y$ | <input type="checkbox"/> $30x^2y$ | <input type="checkbox"/> $(11x)y$ | <input type="checkbox"/> $-x^2 \cdot (-30y)$ |
| b. $\frac{7-14x}{7}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{7} \cdot (7 - 14x)$ | <input type="checkbox"/> $1 - 14x$ | <input type="checkbox"/> $1 - 2x$ | <input type="checkbox"/> $-14x + 1$ |
| c. $a^3 + a^2 + a$ | <input type="checkbox"/> $3a^6$ | <input type="checkbox"/> $a \cdot (a^2 + a)$ | <input type="checkbox"/> $a \cdot (a^2 + a + 1)$ | <input type="checkbox"/> $a^3 + a \cdot (a + 1)$ |

T2 Terme und Gleichungen

Thema: Terme und Gleichungen umformen



12. Gib die Umformung an, die man durchführen muss, um die Gleichung im nächsten Schritt zu lösen!

- a. $2 \cdot x = 50$
- b. $x + 2,8 = 3,3$
- c. $x - 3 = -9$
- d. $\frac{x}{5} = \frac{4}{7}$
- e. $\frac{1}{3} = \frac{x}{2,5}$
- f. $1:24 = x:6$

13. Löse die Gleichung! Hinweis: Hier kann dir die Musteraufgabe helfen!

- a. $6x + 24 = 28$
- b. $5x + 2 = 3x + 8$
- c. $8x - 27 = 12x + 1$
- d. $(x + 2x) \cdot 3 = 36x$
- e. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} - \frac{8}{x}$
- f. $-\frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$
- g. $(x - 2) \cdot x = 0$
- h. $x^2 - 2x - 4 = 4$
- i. $x^2 + 2x = 0$

Verweis
 QF2 Quadratische Funktionen und Gleichungen

14. Überprüfe, ob die gegebene Zahl eine Lösung der Gleichung ist!

- a. $-12 + a = 48$ $a = 60$
- b. $\frac{v}{30} = \frac{5}{6}$ $v = 20$
- c. $8y + 3 = 3y - 7$ $y = -2$

15. Stelle die Formel nach der angegebenen Variablen um!

- a. $V = \frac{s}{t}$ nach t
- b. $a^2 + b^2 = c^2$ nach b
- c. $O = r^2\pi - r\pi s$ nach s

16. Gib eine Gleichung an, die den Sachverhalt beschreibt und löse die Gleichung!

Was bedeutet die Variable?

- a. Vergrößert man das Dreifache einer Zahl um 9, so ergibt sich dasselbe, wie wenn man das Doppelte der Zahl um 130 vermindert.
- b. In einem Lager sollen 80 Regale in 16 gleich langen Reihen aufgestellt werden.
- c. Beim Bäcker kosten 5 Brötchen 3€.



Lösungen

12. Gib nur die Umformung an, die man durchführen muss, um die Gleichung im nächsten Schritt zu lösen?

- a. $2 \cdot x = 50$ | $x = 25$
- b. $x + 2,8 = 3,3$ | $x = 0,5$
- c. $x - 3 = -9$ | $x = -6$
- d. $\frac{x}{5} = \frac{4}{7}$ | $x = \frac{20}{7}$
- e. $\frac{1}{3} = \frac{x}{2,5}$ | $x = \frac{2,5}{3}$
- f. $1:24 = x:6$ | $x = \frac{1}{4}$

13. Löse die Gleichung!

- a. $6x + 24 = 28$ | $6x = 4$ | $x = \frac{2}{3}$
- b. $5x + 2 = 3x + 8$ | $2x = 6$ | $x = 3$
- c. $8x - 27 = 12x + 1$ | $-4x = 28$ | $x = -7$
- d. $(x + 2x) \cdot 3 = 36x$ | $3x^2 = 36x$ | $x^2 = 12x$ | $x(x - 12) = 0$ | $x = 0$ oder $x = 12$
- e. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} - \frac{8}{x}$ | $\frac{2}{x} + \frac{8}{x} = \frac{5}{2}$ | $\frac{10}{x} = \frac{5}{2}$ | $x = 4$
- f. $-\frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ | $-6 = x + 5$ | $x = -11$
- g. $(x - 2) \cdot x = 0$ | $x = 0$ oder $x = 2$
- h. $x^2 - 2x - 4 = 4$ | $x^2 - 2x - 8 = 0$ | $(x - 4)(x + 2) = 0$ | $x = 4$ oder $x = -2$
- i. $x^2 + 2x = 0$ | $x(x + 2) = 0$ | $x = 0$ oder $x = -2$

14. Überprüfe, ob die gegebene Zahl eine Lösung der Gleichung ist!

- a. $-12 + a = 48$ | $a = 60$ | **Nein**
- b. $\frac{v}{30} = \frac{5}{6}$ | $v = 20$ | **Nein**
- c. $8y + 3 = 3y - 7$ | $y = -2$ | **Nein**

15. Stelle die Formel nach der angegebenen Variablen um!

- a. $V = \frac{s}{t}$ nach t | $t = \frac{s}{V}$
- b. $a^2 + b^2 = c^2$ nach b | $b = \sqrt{c^2 - a^2}$
- c. $O = r^2\pi - r\pi s$ nach s | $s = \frac{O}{r\pi}$

16. Gib eine Gleichung an, die den Sachverhalt beschreibt und löse die Gleichung!

- a. $3x = 3x + 9$ | $0 = 9$ | keine Lösung
- b. $16x = 80$ | $x = 5$ | Lösung
- c. $5b = 3$ | $b = \frac{3}{5}$ | Lösung

1. a. $5 + 3 \cdot x + 7 \cdot 2$ | $5 + 3x + 14$

2. Löse die Klammern auf!

- a. $5 + 3 + b = 8 + b$ | $8 + b$
- b. $8 + 32 + 8a = 40 + 8a$ | $40 + 8a$
- c. $6x + x - 1 = 7x - 1$ | $7x - 1$
- d. $-15n - 5nm$ | $-5n(3 + m)$
- e. $a - 3x$ | $a - 3x$

3. Vereinfache die Terme soweit wie möglich!

- a. $8x$
- b. $13x - 8$
- c. $3ab + 2ac$
- d. $2a + 2b$
- e. 7
- f. $7ab$

4. Vereinfache die Terme soweit wie möglich!

- a. $12x - 12y - 24x = -12x - 12y$ | $30xy$
- b. $16 + 7 = 23$
- c. $3x - 4y - x = 2x - 4y$ | $9x - 15$
- d. $2x + 2y - 2y = 2x$
- e. $3x - 4y - x = 2x - 4y$ | $9x - 15$
- f. $9x - 15$

5. Ergänze die Lücken!

- a. $-6x - 8 = -(6x + 8)$
- b. $3x - 2z - 1 = 3x + (-2z - 1)$
- c. $(-5a - 6b) \cdot (-3a) = 15a^2 + 18ab$
- d. $15p + 10p^2 = (5p) \cdot (3 + 2p)$

6. Setze für die Variablen die Zahl 5 ein und berechne den Wert des Terms!

- a. $32 + 2 \cdot 5 = 42$
- b. $(a + 5) \cdot 2 = 20$
- c. $n:5 - 3n = 1 - 15 = -14$

7. Schreibe als Summe!

- a. $2x + 2y$
- b. $3a + 2b$
- c. $24x^2 - 6x = 24x^2 + (-6x)$
- d. $u^2 - v^2 = u^2 + (-v^2)$

8. Schreibe als Produkt!

- a. $3 \cdot (a + 1)$
- b. z.B.: $25x \cdot (x - 1)$
- c. Bin. Formel: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$
- d. $b \cdot (b + 7ac - \frac{1}{2})$

9. Vereinfache!

- a. $10^2 \cdot 10^3 = 10^5$
- b. $x^2 - 2x^2 = -x^2$
- c. $10^3 = 10^2 = 10$
- d. $a^5 \cdot a^3 = a^8$

10. Bei der Umformung wurde der mittlere Summand der ersten binomischen Formel vergessen: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$. In der Abbildung wurden bei der Umformung die beiden Rechtecke mit ab fehlen. Zum Nachrechnen der binomischen Formel kann man auch das Distributivgesetz anwenden und die beiden Klammerterme ausmultiplizieren: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Kreuz die zum gegebenen Term äquivalenten Terme an!

- a. $5x \cdot 6xy$ | $11x^2y$ | $30x^2y$ | $(11x)y$ | $-x^2 \cdot (-30y)$
- b. $\frac{7}{11} \cdot (7 - 14x)$ | $1 - 14x$ | $1 - 14x$ | $1 - 2x$ | $-14x + 1$
- c. $a^2 + a^2 + a$ | $3a^2$ | $a \cdot (a^2 + a + 1)$ | $a \cdot (a^2 + a + 1)$ | $a^2 + a \cdot (a + 1)$